**Цель работы**: изучить понятие интерполяционного многочлена; изучить способы построения интерполяционного многочлена для случая равномерной и неравномерной сетки интерполяции; получить практические навыки решения задачи интерполяции с помощью ЭВМ.

**Вариант 10**

0.5 lg x; a = 15

**Задания к работе**

1. Найти область допустимых значений переменной х для функции y = f(x) задания соответствующего варианта.

x(0;+

2. Составить таблицу значений функции y = f(x), используя (n ≥ 6) узлов интерполяции (xi ≠ a, где a точка, не являющаяся узлом интерполяционной сетке, в которой необходимо приближенно вычислить значение функции в соответствии с вариантом задания; x0<a< xn).

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| i | xi | yi |
| 0 | 10 | 0,50000 |
| 1 | 14 | 0,57306 |
| 2 | 18 | 0,62764 |
| 3 | 22 | 0,67121 |
| 4 | 26 | 0,70749 |
| 5 | 30 | 0,73856 |
| 6 | 34 | 0,76574 |

3. По полученной таблице значений функции y = f(x) составить интерполяционный многочлен Лагранжа для случаев линейной, квадратичной и кубической интерполяции: L1(x), L2(x), L3(x).

Линейная интерполяция

Квадратичная интерполяция

Кубическая интерполяция

Замечание. Интервал (x0, xn), n = 1, 2, 3, используемый для построения интерполяционного многочлена Лагранжа должен содержать точку a.

4. По таблице значений функции составить интерполяционный многочлен Ньютона In(x). При построении интерполяционного многочлена Ньютона необходимо использовать конечные разности для случая равномерной сетки интерполяции и разделенные разности для неравномерной сетки интерполяции. Можно построить таблицу значений функции для равномерной сетки, выполнить построение многочлена Ньютона с конечными разностями, затем убрать 1 значение из середины таблицы и выполнить построение многочлена Ньютона с разделенными разностями для получившейся неравномерной сетки интерполяции.

Метод конечных разностей

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| i | xi | yi |  |  |  |  |  |  |  |
| 0 | 10 | 0,50000 | 0,50000 | 0,07306  0,05458  0,04357  0,03628  0,03107  **0,02718** | -0,01848 | 0,00747  0,00372  0,00208  **0,00132** | -0,00375 | 0,00211  **0,00088** | **-0,00123** |
| 1 | 14 | 0,57306 | 0,57306 |
| 2 | 18 | 0,62764 | 0,62764 | -0,01101 |
| 3 | 22 | 0,67121 | 0,67121 | -0,00729 | -0,00164 |
| 4 | 26 | 0,70749 | 0,70749 | -0,00521 | **-0,00076** |
| 5 | 30 | 0,73856 | 0,73856 | **-0,00389** |
| 6 | 34 | 0,76574 | **0,76574** |

Метод разделенных разностей

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| i | xi | yi | y(xi,xi+1) | y(xi,...,xi+2) | y(xi,...,xi+3) | y(xi,...,xi+4) | y(xi,...,xi+5) |
| 0 | 10 | **0,50000** | **0,01827**  0,01365  0,00998  0,00777  0,00679 | **-0,00058** | **0,00001687**  0,00000813  0,00000313 | **-0,0000004375** | **0,0000000286** |
| 1 | 14 | 0,57306 |
| 2 | 18 | 0,62764 | -0,00031 |
| 3 | 26 | 0,70749 | -0,00018 | -0,00000025 |
| 4 | 30 | 0,73856 | -0,00013 |
| 5 | 34 | 0,76574 |

5. Вычислить точное значение функции y = f(x) при x=a (yT = f(a)).

f(15)=0,58805

6. Вычислить приближенное значение функции при x=a по всем полученным интерполяционным многочленам.

7. Определить абсолютную Δ и относительную δ погрешность вычисления значения функции для каждого интерполяционного многочлена (интерполяционные многочлены Лагранжа и Ньютона) при заданном значении х=а.

Линейная интерполяция:

=0,00134

Квадратичная интерполяция:

=0,00029

Кубическая интерполяция:

=0,0001

Метод разделенных разностей

=0,08574

Метод конечных разностей

=0,000004

8. Построить в одной системе координат графики полученных интерполяционных функций (многочлены Лагранжа и Ньютона), исходной функции y= f(x) и отметить значения функций в точке x=a.

9. Представить полученные результаты в виде таблицы (см. табл. 1).

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Многочлен Лагранжа | | | Многочлен Ньютона | |
| Погрешность | Линейная интерполяция | Квадратичная интерполяция | Кубическая интерполяция | Метод разделенных разностей | Метод конечных разностей |
|  | 0,00134 | 0,00029 | 0,0001 | 0,08574 | 0,000004 |
| δ | 0,22% | 0,05% | 0,02% | 14,58% | 0,0007% |

10. Составить программу, реализующую вычисление приближенного значения функции в произвольной точке путем построения интерполяционного многочлена Ньютона для случая равномерной и неравномерной сетки.

#include <stdio.h>

#include <stdlib.h>

#include <locale.h>

#include <math.h>

void form\_end\_sub (float \*\*a, int n, float x);

void form\_div\_sub (float \*\*b, int n, float x);

void main ()

{

setlocale(LC\_ALL,"Rus");

int i,j,n,k;

float x;

char name[]="1.txt";

printf ("n = ");

scanf ("%d",&n);

printf ("x = ");

scanf ("%f",&x);

n++;

float \*\*a;

a=(float \*\*)calloc(n,sizeof(float\*));

for (i=0;i<n;i++)

a[i]=(float\*)calloc(n+1,sizeof(float));

printf ("\nВвод данных из файла = 1\nВвод данных с клавиатуры = 2\n");

scanf ("%d",&k);

if (k==2)

read\_root(a,n);

else

read\_root\_f (a,n,name);

if (check\_x(a,n))

{

form\_end\_sub(a,n,x);

printf ("Какую строку удалить? ");

scanf ("%d",&j);

for (i=j;i+1<n;i++)

{

a[i][0]=a[i+1][0];

a[i][1]=a[i+1][1];

}

n--;

}

form\_div\_sub(a,n,x);

}

void read\_root\_f (float \*\*a, int n, char \*name)

{

FILE \*f;

f=fopen(name,"r+b");

int i;

for (i=0;i<n;i++)

{

fscanf(f, "%f",&a[i][0]); printf ("x[%d] = %f\n",i,a[i][0]);

fscanf(f, "%f",&a[i][1]); printf ("y[%d] = %f\n",i,a[i][1]);

}

}

void read\_root (float \*\*a, int n)

{

int i;

for (i=0;i<n;i++)

{

printf("\nx[%d]= ",i);

scanf("%f",&a[i][0]);

printf("\ny[%d]= ",i);

scanf("%f",&a[i][1]);

}

printf("\n");

}

void form\_end\_sub (float \*\*a, int n, float x)

{

int i,j,m,nn,b,c;

float q,t,q1,t1,In,f=1;

m=n+1;

nn=n-1;

for (j=2;j<m;j++,nn--)

for (i=0;i<nn;i++)

a[i][j]=(float)(a[i+1][j-1]-a[i][j-1]);

for (i=1;i<n && x>a[i][0];i++);

b=i-1;

c=i;

if (fabs(a[b][0] - x) < fabs(a[c][0]-x))

//ближе к нижней границе

{

q=(float)((x-a[n-1][0])/(n-1));

q1=q;

In=a[n-1][1];

for(i=n-2,j=2;i>0;i--,j++)

{

In+=(float)(a[i][j]\*q1\*f);

q+=1;

q1\*=q;

f/=i;

}

}

else

{

t=(float)((x-a[0][0])/(a[1][0]-a[0][0]));

t1=t;

In=a[0][1];

for(i=2,j=1;i<n+1;i++,j++)

{

In+=(float)(a[0][i]\*t1\*f);

t-=1;

t1\*=t;

f/=j;

}

}

printf ("\nIn = %f\n",In);

}

void form\_div\_sub (float \*\*a, int n, float x)

{

int i, j,k,t;

float y,s=1,In;

k=n+1;

for (j=2,t=1;j<k;j++,t++)

for (i=0;i<n-j+1;i++)

a[i][j]=(float)((a[i+1][j-1]-a[i][j-1])/(a[i+t][0]-a[i][0]));

In = a[0][1];

for (j=2;j<k;j++)

{

y=x-a[j-2][0];

s=s\*y;

In+=(float)(a[0][j]\*s);

}

printf ("\nIn = %f\n",In);

}

int check\_x (float \*\*a, int n)

{

int i,fl=1;

for (i=0;i<n-2 && fl;i++)

fl=(fabs(fabs(a[i+1][0]-a[i][0]) - fabs(a[i+2][0]-a[i+1][0]))<0,0001);

return fl;

}

Результаты работы программы:

